

# Introdução à Mecânica

Notas de aula

**Prof. Marcos Duarte**

[www.usp.br/eef/efb/mduarte/](http://www.usp.br/eef/efb/mduarte/)

**Universidade de São Paulo**

A Biomecânica se baseia na Mecânica para a descrição do movimento humano. Por exemplo, se estudarmos características do movimento como posição, velocidade e aceleração durante um salto em distância, sem nos preocuparmos com as forças que geraram o movimento, estaremos aplicando os conceitos da cinemática, uma área da Mecânica. Por outro lado, se investigarmos as forças que geraram o movimento, como durante o andar de um sujeito, estaremos aplicando os conceitos da cinética, outra área da Mecânica. A Biomecânica, quanto às suas áreas de investigação ligadas à Mecânica, poder ser dividida em Cinemetria e Dinamometria.

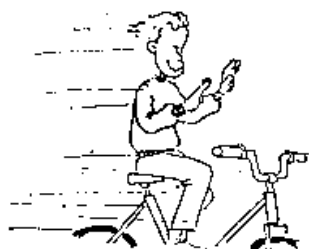
A Mecânica, sem dúvida, é a área de conhecimento da Física que temos mais contato diário. No cotidiano, as situações de movimento ou equilíbrio que experimentamos, com ou sem o auxílio de máquinas, pertencem ao campo de estudo desta área. Historicamente, ela foi o primeiro ramo da Física a ser desenvolvido como uma ciência exata, isto é, com leis que, uma vez expressas em forma de equações matemáticas, descrevem e predizem os resultados. O corpo humano pode ser modelado como segmentos que são ligados por articulações e uma simples análise do movimento humano implica no complicado equacionamento do movimento de todos os segmentos. Outras complicações surgem devido ao fato destes segmentos não se articularem em torno de um ponto mas sim de um centróide, e ainda o fato dos segmentos não serem exatamente corpos rígidos. O desconhecimento de certas forças envolvidas no movimento, como por exemplo as forças internas no corpo humano, e o desconhecimento de como as forças externas se transmitem pelo corpo, são outros fatores que contribuem para tornar a análise do movimento humano, um complexo estudo de Mecânica.

Nestas notas de aula, pretendo revisar alguns conceitos básicos de Mecânica para embasar nossos estudos posteriores para a compreensão do movimento humano. Neste contexto, o rigor matemático é deixado de lado em favor a uma abordagem mais intuitiva do fenômeno.

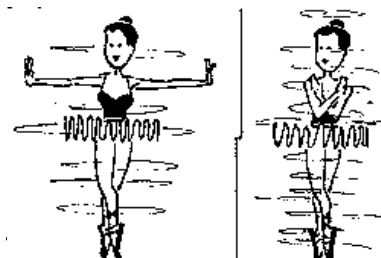
# 1 Movimentos lineares

Os movimentos, quanto à forma de execução, podem ser divididos em: de translação, de rotação e mistos: com translação e rotação.

Movimento linear...



Movimento de rotação...



Movimento misto...



No dia a dia, nos confrontamos com inúmeras situações de movimento com o corpo humano. Existem situações em que o início do movimento de um objeto depende da interação com um segmento do corpo humano já em movimento. O pé que atinge uma bola de futebol em repouso faz com que ela adquira um movimento que lhe é atribuído pelo jogador. Num jogo de bilhar, para movimentar uma bola colorida o jogador bate com o taco na bola branca que então colide com a bola colorida que adquire o movimento desejado. Estes exemplos nos mostram que quando dois corpos se interagem há uma troca de algo que está associado ao movimento. Nas interações entre dois objetos **sempre** ocorre uma mudança no movimento de cada um. No caso em que os dois objetos estavam inicialmente parados, por exemplo, quando uma pessoa usando patins, arremessa uma pedra para frente, ela adquire um movimento em sentido oposto. Quanto maior for essa pedra maior será a velocidade de recuo da pessoa. Em esportes de contato, por exemplo o basquete, é nítido que quando duas pessoas se chocam, ocorre uma mudança de movimento antes e depois do choque.

Nas situações em que o início do movimento de um objeto depende da interação com outro já em movimento, admitimos que há intercâmbio de "algo" entre eles. Nos casos em que um movimento surge quando ambos os objetos estavam inicialmente parados, este "algo" aparece simultaneamente nos dois objetos, que passam a se movimentar em sentidos opostos, como se o aparecimento de um movimento buscasse "compensar" o do outro. Nos dois casos parece que "algo" procura se conservar, isto é, que não varie. Denominamos esse "algo" de **quantidade de movimento ou momento linear**.

Por exemplo, no caso de choque frontal entre duas bolas de bilhar, em que a bola branca atinge uma bola colorida em repouso, a bola branca possui inicialmente uma quantidade de movimento que é integralmente transferida para a bola colorida, ficando então a bola branca em repouso e a bola colorida em movimento. Embora o movimento de cada bola tenha variado,

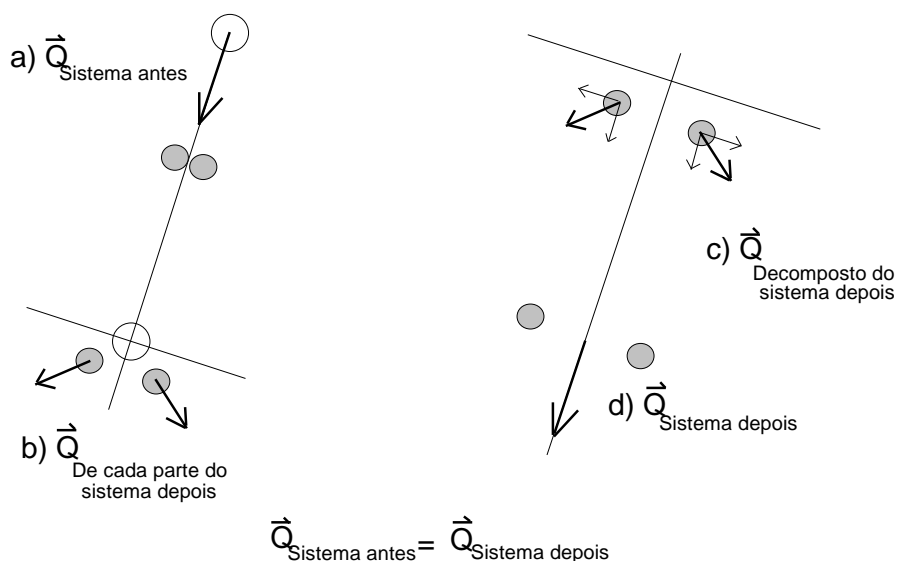
modificando a quantidade de movimento de cada uma, a quantidade de movimento do sistema, constituído pelas duas bolas, antes e depois da interação, se manteve inalterada. Este é o motivo do recuo da arma quando se atira: inicialmente não havia movimento; para que haja conservação, imediatamente após o tiro, as quantidades de movimento da bala e da arma devem ter a mesma intensidade e, para que sua soma seja zero, devemos atribuir sinais (sentidos) opostos, isto é, para a bala ir para frente a arma deve ir para trás e o mesmo se aplica ao exemplo da pessoa de patins arremessando uma pedra.

Vamos imaginar uma situação de colisão frontal entre um carro que se movimenta com pequena velocidade e um muro, o carro em geral recua um pouco. Se em lugar do carro fosse um ônibus, com a mesma velocidade, o muro seria destruído e o ônibus continuaria em seu movimento de avanço alguns instantes após a colisão. Se associarmos aos objetos uma quantidade de movimento, podemos afirmar que para uma certa velocidade a quantidade de movimento é maior para massas maiores. Se o carro da situação anterior estiver se movimentando com grande velocidade e colidir frontalmente com o muro, seu movimento após a colisão será diferente. Poderá destruir o muro e continuar seu movimento, alguns instantes após a colisão. Desse modo podemos afirmar que para uma certa massa, a quantidade de movimento é maior para velocidades maiores.

## Vetor e escalar

Na análise dos movimentos que surgem acoplados, associamos a eles uma direção e também um sentido. Então a quantidade de movimento tem uma direção e sentido, isto porque leva em conta a direção e o sentido da velocidade dos objetos. Além disso, ela é uma grandeza que depende do valor da massa e da velocidade. Grandezas físicas que, como a velocidade, necessitam de informações a respeito da direção e do sentido além da intensidade para ficarem perfeitamente caracterizadas, são denominadas **grandezas vetoriais**. Outras grandezas, como por exemplo a massa, que não necessitam dessas outras informações, são denominadas **grandezas escalares**.

A maioria das interações no cotidiano não é frontal. Num jogo de bilhar ou numa colisão de carros, por exemplo, os objetos podem colidir de lado ou de raspão e os objetos se afastam em direções diferentes. Porém, mesmo nessas situações, a quantidade de movimento se conserva, só que a regra de soma já revela completamente seu caráter vetorial, como podemos ver no exemplo abaixo.



Conservação da quantidade de movimento.

Nas situações em que, após a colisão os objetos mudam a direção de seus movimentos, podemos analisar a quantidade de movimento de cada um deles, separando-a em duas componentes: uma na direção da quantidade de movimento inicial e outra na direção perpendicular a ela. A conservação da quantidade de movimento deve se dar nas duas direções. Esse procedimento decorre do caráter vetorial da quantidade de movimento.

Por sua generalidade e universalidade, a conservação de quantidade de movimento num sistema é um dos mais fundamentais princípios de conservação da Física. Matematicamente expressamos a quantidade de movimento da seguinte forma:

$$\vec{Q} = m\vec{v} \quad (1)$$

onde  $m$  é a massa e  $\vec{v}$  é a velocidade do objeto.

A expressão matemática da conservação da quantidade de movimento de um sistema isolado, constituído de  $n$  massas, ficaria assim:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \dots + m_n\vec{v}_n = \vec{Q}_{\text{sistema}} = \text{constante} \quad (2)$$

A unidade SI dessa grandeza, é kg.m/s.

Andar a pé é uma interação entre os pés e o chão. Para caminhar, nós nos impulsionamos para frente e ao mesmo tempo empurramos a Terra para trás resultando num deslocamento para frente, porém, não vemos a Terra se deslocar em sentido oposto. Isto poderia nos dar a impressão de que nosso movimento não estaria acoplado a outro e que no sistema "caminhante e planeta Terra", a conservação da quantidade de movimento não ocorreria. Esse reconhecimento é difícil porque a velocidade de recuo da Terra é desprezível. Isto se deve ao fato de a massa da Terra ser muito grande

comparativamente às outras. O princípio da conservação da quantidade de movimento continua válido, mesmo neste caso.

Vamos imaginar agora a situação de um carro quebrado que deve ser empurrado para entrar em movimento. Uma só pessoa conseguirá, com muito esforço, colocá-lo em movimento, este trabalho seria facilitado se duas pessoas empurrassem o carro. Isto porque duas pessoas fazem mais força que uma. No caso de um ônibus precisaríamos de mais pessoas para empurrar se quiséssemos atingir uma velocidade razoável.

Da situação anterior, podemos concluir que: para alterar o estado de movimento de um objeto é necessário a ação de uma força; e esta força deve ser tanto maior quanto maior for a **massa** do objeto e a **velocidade** que queremos que ele adquira. Isto é, para forças maiores maior é a variação da quantidade de movimento. Quanto mais tempo se empurrar o carro, maior será a velocidade que se conseguirá. Isto é, quanto maior o **intervalo de tempo** da aplicação da **força**, maior a variação da **quantidade de movimento**. Então a variação da quantidade de movimento é proporcional à força aplicada e ao intervalo de tempo de sua aplicação. Matematicamente temos:

$$\Delta \vec{Q} = \vec{F} \cdot \Delta t \quad (3)$$

A **variação do momento**,  $\Delta \vec{Q}$ , é conhecida como **impulso**. Se dividirmos por  $\Delta t$  os dois membros temos:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{Q}}{\Delta t} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad (4)$$

A força também é uma grandeza vetorial, sendo definida por módulo, direção e sentido, sua unidade SI é o Newton, N ( $N \equiv \text{kg} \cdot \text{m/s}^2$ ), na equação (4) a **variação da velocidade com o tempo** é a **aceleração**, então temos:

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad (5)$$

## Leis de Newton

O que investigamos até agora, inclusive o princípio de conservação da quantidade de movimento linear, são as chamadas leis de Newton da mecânica, que enunciaremos a seguir.

Dos exemplos citados, observamos que para haver movimento ou para variar a velocidade de um objeto já em movimento é necessário a aplicação de uma força, esta é a 1ª lei de Newton, que pode ser melhor enunciada como:

*"Todo corpo permanece em estado de repouso ou de movimento uniforme, em linha reta, a menos que seja obrigado a mudá-lo por forças externas aplicadas sobre ele".*

As equações (3) -(5) expressam matematicamente a 2ª lei de Newton:

*"A taxa de variação de quantidade de movimento linear é proporcional à força aplicada, e na direção em que a força age".*

Vimos no exemplo da arma atirando ou da pessoa de patins jogando uma pedra, que embora a ação inicial da força se deu num sentido houve um movimento no sentido oposto, que pela 1ª lei de Newton, foi causada por uma outra força. Como a quantidade de movimento para trás deve ser a mesma da quantidade de movimento para frente, esta força de reação tem o mesmo módulo de intensidade e direção mas sentido contrário à da força inicial. Esta é a 3ª lei de Newton:

*"Para cada ação existe sempre uma reação com mesmo módulo de intensidade e direção mas com sentido contrário".*

## 2 Movimentos angulares

Vimos que a origem de um movimento de translação está acoplada à origem de outro movimento. Veremos então, que para os movimentos de rotação há "algo" que também se conserva e que as leis de Newton, enunciadas de outra forma, se mantêm válidas.

Por exemplo, um ratinho andando numa gaiola cilíndrica, que gira em torno de um eixo, faz com que esta gire em sentido oposto. Uma outra situação em que o início da rotação de um objeto origina a rotação de outro é a de duas pessoas sentadas em cadeiras giratórias. Se estas pessoas retirarem os pés do chão e uma empurrar a outra provocando uma rotação, a primeira também acabará girando em sentido oposto. Estas situações demonstram que a origem de um movimento de rotação está sempre associada à origem de um outro movimento de rotação em sentido oposto. Analogamente à translação, na rotação o giro de um objeto tenta "compensar" o do outro, isto é, há "algo" que não varia. A este "algo" denominamos **quantidade de movimento angular ou momento angular**. No caso das cadeiras giratórias, aquela que tiver uma pessoa de menor massa girará com maior rapidez, isto é terá maior velocidade angular, analogamente ao movimento de translação como estudado. Uma bailarina inicia seu giro e consegue aumentar sua velocidade de rotação simplesmente fechando os braços. Isto porque com os braços abertos ela possui uma "dificuldade de giro" ou **inércia rotacional**, maior do que com os braços fechados. Da mesma forma o giro de uma pessoa sentada sobre uma cadeira giratória aumenta quando a pessoa fecha seus braços. Em outras palavras, se admitirmos que a quantidade de movimento angular se conserva, diminuindo a inércia rotacional, aumenta a velocidade de giro.

O aumento ou diminuição da velocidade de giro podem portanto ser obtidos pela alteração da distribuição das massas em rotação, ou seja, alterando a inércia rotacional do que está girando. Esta inércia é denominada usualmente de **momento de inércia**. O momento de inércia é para a rotação o que a massa é para as translações, só que ele depende da massa e também da sua

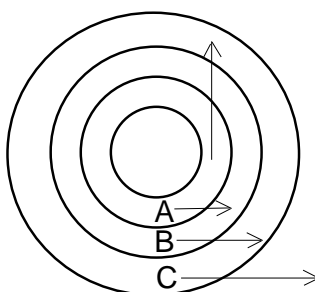
distribuição em torno do eixo de rotação. O momento de inércia varia não só de um objeto para outro, como também para um mesmo objeto, dependendo da escolha do eixo de rotação. A expressão matemática mais simples para o momento de inércia  $I$ , é a de um objeto de pequenas dimensões, como uma pedra de massa  $m$ , girando presa a um fio de comprimento  $r$ . Para este objeto,  $I$  é dado por:

$$I = mr^2 \quad (6)$$

A unidade de medida do momento de inércia no SI é o  $\text{kg.m}^2$ . Devemos notar ainda que, enquanto a inércia de rotação (momento de inércia) assume valores diferentes para diferentes escolhas de eixos, a inércia de translação (massa) não depende da direção em que se translada o objeto tampouco muda se o objeto for deformado.

## Velocidade angular

Nas translações, é preciso atribuir uma direção e um sentido à velocidade, de modo a permitir a descrição do movimento. Contudo, a velocidade de translação não é conveniente para a descrição dos movimentos de rotação. Se considerarmos uma pista de corrida circular, por exemplo, e três corredores correndo lado a lado em raias distintas, os corredores terão diferentes velocidades de translação, embora tenham dado o mesmo giro após um certo intervalo de tempo, ou seja, o mesmo deslocamento angular. E em pontos diferentes da raia a velocidade de translação tem direção e sentido diferentes:



Velocidade de translação: em movimentos de rotação tem direção e intensidade que variam.

Se nós estamos interessados no número de voltas que a pessoa fez num determinado tempo, por exemplo, é conveniente escolher uma grandeza que meça a rapidez da rotação em números de voltas por intervalo de tempo. Essa grandeza é denominada frequência angular,  $f$ . Por exemplo, um toca discos pode girar a uma frequência de 33 rpm, isto é, o prato faz 33 rotações por minuto. A grandeza de medida da frequência angular no SI é: rotações por segundo ou hertz. A rapidez de giro de um objeto em torno de um eixo pode ser expressa também através da razão entre o ângulo percorrido,  $\Delta\theta$  e o intervalo de tempo,  $\Delta t$ . A esta razão denominamos velocidade angular,  $\omega$ , cujo módulo é:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad (7)$$

Usando o radiano como unidade de ângulo, a unidade de velocidade angular pode ser dada em rad/s ou rad/h. Conhecida a frequência angular,  $f$ , podemos obter a velocidade angular,  $\omega$ , por  $\omega = 2\pi f$ . Para o mesmo módulo de velocidade angular temos dois sentidos de giro: o horário e o anti-horário. Em outras palavras, a velocidade angular é uma grandeza física que só é completamente determinada se forem conhecidos seu módulo, direção e sentido: a direção da velocidade angular é a direção do eixo de rotação, e o sentido é definido como horário ou anti-horário. Para determinarmos o sentido da velocidade angular utilizamos a regra da mão direita:



A velocidade linear,  $\vec{v}$ , de cada ponto do objeto em rotação é tangente à curva e seu módulo pode ser determinado a partir do módulo do vetor velocidade angular,  $\vec{\omega}$ , por:

$$\vec{v} = \vec{\omega}R \quad (8)$$

onde  $R$  é a medida do raio de giro (a distância do centro ao ponto na periferia).

## Momento angular

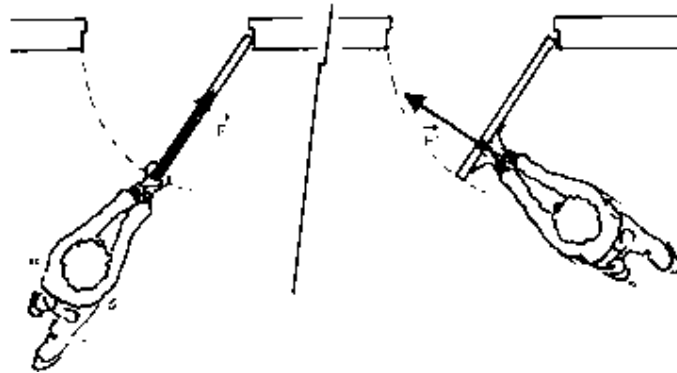
A quantidade de movimento angular, analogamente a quantidade de movimento linear, é dada pelos correspondentes da massa vezes a velocidade:

$$\vec{L} = I\vec{\omega} \quad (9)$$

A unidade de quantidade de movimento angular no SI é  $\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$ . Além de conter a informação de que o momento angular depende linearmente da velocidade angular, essa expressão indica que sua direção e sentido coincidem com os da velocidade angular.

Para acelerar ou frear o movimento de translação de um objeto, variando assim a sua quantidade de movimento linear, é necessária a aplicação de uma força sobre ele. Algo equivalente pode ser dito sobre as rotações, só que não é bem a força que produz a variação de quantidade de movimento angular. Para girar, por exemplo, uma régua inicialmente em repouso sobre uma mesa, damos um empurrão perpendicular a ela junto a uma das extremidades. Se a força for exercida na parte central, a régua irá adquirir apenas movimento de translação.

Para produzir rotação ou variação do momento angular, a força deve ser exercida em um ponto que não coincida com o eixo de rotação e numa direção que não coincida com o raio de giro. Quanto mais distante do eixo de rotação for exercida a força e quanto mais "perpendicular" ao raio de giro, maior será a facilidade de giro, ou seja, maior a variação de quantidade de movimento angular provocada.



A maçaneta da porta, o botão do rádio e o pé de vela da bicicleta servem para aumentar a distância entre o eixo de rotação e o ponto de aplicação da força. Lembre da dificuldade em girar uma maçaneta cuja haste esteja quebrada.

Assim para que haja variação da quantidade de movimento angular de um objeto em relação a um eixo de rotação, é necessário que haja aplicada sobre o objeto, uma força "deslocada" em relação a esse eixo, ou seja, o raio de giro deve ter um valor não nulo. Além disso pelo menos parte da força aplicada deve ser perpendicular a este raio de giro.

## Torque

Dizemos que esta força produz um **torque** sobre o objeto em relação a este eixo. A expressão matemática do módulo do torque de uma força relativa a um certo eixo é:

$$\tau = R \cdot F(\text{sen } \theta) \quad (10)$$

onde  $F(\text{sen } \theta)$  corresponde à parcela da força perpendicular ao raio de giro e  $\theta$  é o ângulo entre a direção do raio de giro e da força aplicada. A unidade SI do torque é N.m.

## Aceleração angular

Nos movimentos de translação, vimos que a variação de quantidade de movimento linear de cada objeto depende da força aplicada e do tempo de interação. Existe uma relação equivalente na rotação. Se virarmos uma bicicleta com as rodas para cima, a roda dianteira, por exemplo, pode girar "livremente". Para produzir uma certa velocidade angular a partir do repouso, podemos aplicar uma sequência de curtos impulsos (torques) no pneu. Quanto mais fortes forem estes torques, maior a variação da velocidade angular da roda, e quanto mais tempo permanecermos girando a roda também

será maior a variação da velocidade da roda. Utilizando o mesmo raciocínio da quantidade de movimento linear, quanto mais pesada for a roda, maior terá que ser o torque para girá-la. Estas idéias estão contidas na seguinte expressão matemática:

$$\Delta \vec{L} = \vec{\tau} \cdot \Delta t \quad \leftrightarrow \quad \frac{\Delta \vec{L}}{\Delta t} = \vec{\tau} \quad (11)$$

onde  $\vec{\tau}$  é o torque da força,  $\Delta \vec{L}$  é a variação do momento angular e  $\Delta t$  é o intervalo de tempo durante o qual o torque é exercido.

Esta expressão descreve o **torque como a medida das variação da quantidade de movimento angular na unidade de tempo**, enquanto que a expressão anterior  $\tau = R \cdot F(\sin \theta)$  o descreve como uma grandeza que depende da força e da forma como esta é exercida. Contudo, ambas se referem a mesma grandeza. Pelo menos em módulo, é válida a expressão:

$$\frac{\Delta \vec{L}}{\Delta t} = R \cdot F(\sin \theta) \quad (12)$$

Mas vimos pela equação (9) que  $\vec{L} = I\vec{\omega}$ , então analogamente à quantidade de movimento linear :

$$\Delta \vec{L} = I\Delta \vec{\omega} \quad (13)$$

Então

$$\frac{\Delta \vec{L}}{\Delta t} = I \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t} \quad (13a)$$

A variação da velocidade angular com o tempo,  $\Delta \vec{\omega}/\Delta t$ , é a **aceleração angular**  $\vec{\alpha}$  :

$$\frac{\Delta \vec{L}}{\Delta t} = I \cdot \vec{\alpha} \quad (14)$$

Comparando as equações (11) e (14) temos:

$$\vec{\tau} = I \cdot \vec{\alpha} \quad (15)$$

A aceleração angular tem a direção e o sentido do torque, segundo a regra da mão direita, e portanto também é um vetor perpendicular ao plano do movimento descrito pelo objeto em rotação em torno de um eixo. A unidade SI da aceleração angular pode ser expressa por  $s^{-2}$ .

## As leis do movimento de rotação

Frear a roda da bicicleta é diminuir o valor da velocidade angular pela aplicação de um torque de mesma direção e de sentido contrário ao daquela velocidade. Do mesmo modo para colocarmos a bicicleta em movimento é preciso a ação de um torque no pedal. Se a bicicleta estivesse

parada ou com velocidade constante, e não houvesse nenhum torque, nem mesmo o torque devido à força de atrito com o chão, a bicicleta se manteria parada ou com velocidade constante. Isto pode ser pensado como a lei de inércia para a rotação, analogamente à 1ª lei de Newton para a translação:

*"A quantidade de movimento angular de um objeto se mantém constante, se for nulo o torque resultante aplicado nele."*

A equação (11) é a expressão matemática para o caso das rotações do análogo da 2ª lei de Newton:

*"A variação da quantidade de movimento angular é proporcional ao torque e ao intervalo de tempo em que esse torque é exercido."*

Também a 3ª lei de Newton, a lei da ação e reação, pode ter uma correspondente nas rotações. Se a toda ação de uma força corresponde uma reação, então:

*"A toda ação de um torque corresponde um torque de reação, de mesmas intensidades e direção, porém de sentido contrário."*

## 3 Energia

### Conservação da energia

As atividades humanas são realizadas a partir de transformações de uma quantidade de energia, de natureza eletroquímica, que provém diariamente dos alimentos ingeridos. Da mesma forma ao assistirmos televisão, somos atingidos por sua energia luminosa, que se originou da energia elétrica, que por sua vez pode ter-se originado da energia gravitacional da água de uma hidroelétrica. O que observamos na natureza é uma contínua transformação das diversas formas de energia, na verdade não há criação ou perda de energia. Este é o **princípio de conservação de energia**, muito importante na física.

Uma forma de energia que analisaremos é a **energia cinética**, a energia de um objeto devido ao seu movimento. Assim, quanto maior a velocidade de um corredor maior a sua energia cinética. Para variarmos a velocidade de um objeto, por conseguinte sua energia, vimos que é necessário a aplicação de uma força. Este é apenas um exemplo de uma propriedade geral de que **as variações de energia ocorrem quando há a aplicação de forças**. Nos aparelhos e máquinas é importante saber com que rapidez ocorrem tais variações ou transformações da energia. É a **potência** que nos informa de quanto será a **variação da energia por unidade de tempo**:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} \quad (16)$$

A unidade de energia no SI é o *Joule*,  $J$ , sendo então a unidade de potência dada por  $J/s$ , que é conhecido como *Watt*,  $W$ .

A variação de energia de um objeto é definida como a grandeza **trabalho**. Por exemplo, supomos o caso de um motorista tentando parar um carro com uma certa velocidade (energia). Ele poderia utilizar o sistema de freios ou usar o freio-motor, deixando o carro engatado, ou ainda deixar o carro desengatado e esperar até o carro parar. Desta situação podemos concluir que quanto maior a **força** que for aplicada para frear o carro, menor será a **distância** que ele percorrerá até parar. Nas três situações comentadas a **variação da energia** ou **trabalho**, é a mesma, pois nos três casos o carro pára. Matematicamente esta idéia é expressa por:

$$T = \Delta E = F \cdot d \cos \theta \quad (17)$$

onde  $T$  é o trabalho realizado pela força  $F$  durante a distância  $d$  e  $\theta$  é o ângulo entre a direção de aplicação da força e a direção da distância.

A quantidade de movimento e a energia cinética são dois conceitos semelhantes, que dependem da massa  $m$  e da velocidade  $v$ . Há duas formas de energia cinética: uma devida à velocidade translacional e outra devida à velocidade rotacional. A expressão matemática para a energia cinética translacional é dada por:

$$E_C = \frac{mv^2}{2} \quad (18)$$

A energia cinética rotacional é dada por:

$$E_R = \frac{I\omega^2}{2} \quad (19)$$

Sendo a unidade SI de energia o *Joule*,  $J$ .

Outra forma de energia importante, e que não está relacionada diretamente com o movimento, é a energia que um objeto pode acumular devido à força gravitacional. Por exemplo, sabemos que um objeto parado que é deixado cair do 1º andar de um edifício chega com menos velocidade (energia) do que um objeto que é deixado cair do 5º andar. Esta energia que o objeto parado tinha é chamada de **energia potencial** e matematicamente é definida por:

$$E_p = mgh \quad (20)$$

onde  $g$  é a aceleração da gravidade e  $h$  é a altura em que se encontra o objeto em relação à superfície da Terra.

Inúmeros outros sistemas também acumulam energia. Por exemplo, uma mola ou o músculo podem armazenar um certo tipo de energia chamada energia elástica, devido a uma força elástica, com intensidade dada por:

$$F = K\Delta x \quad (21)$$

onde  $F$  é o módulo da força elástica,  $K$  é uma constante associada à rigidez da mola denominada constante elástica e  $\Delta x$  indica quanto o sistema (por exemplo, a mola) foi esticado ou comprimido. A energia elástica, armazenada pelo sistema em forma de energia potencial, é dada por:

$$E = \frac{K\Delta x^2}{2} \quad (22)$$

## Princípios de conservação: comentário final

Nas últimas aulas analisamos vários sistemas mecânicos. Os objetos interagem entre si, e as leis de conservação só foram obtidas quando consideramos todos os objetos envolvidos, obtendo assim um **sistema fechado ou isolado**. A partir disto pode-se definir os conceitos de **forças internas e externas**. São consideradas forças internas as forças de interação entre objetos que fazem parte do sistema e externas quando a interação ocorre com objetos que não pertencem a ele. Isto é, na ausência de forças externas o sistema é dito isolado e três grandezas físicas se mantêm inalteráveis: a quantidade de movimento linear, a quantidade de movimento angular e a energia.

## 4 Referências

Estas notas de aula foram baseadas no texto:

- "Física", Grupo de Reelaboração do Ensino de Física. Volume 1. Editora Edusp, São Paulo, 1990. (nível 2º grau)

Uma versão destas notas foram publicadas em:

- Amadio, A.C. (ed.) Fundamentos biomecânicos para a análise do movimento. 162 p. São Paulo, SP, 1996.

Outras referências para leitura:

- "Biomecânica Básica", Susan Hall. Editora Guanabara, 1993. (Nível básico)
- "Física", R. Resnick e D. Halliday. Volumes 1 e 2 (nível 3º grau). Editora Livros Técnicos e Científicos, 1984. (Nível avançado)